

\* تمهيديات

ليكن  $A_1, A_2$  حيزي لفضاء الحقل  $K$  عند  $\theta$   
 $B_1 = A_1 \times \{0\} = \{(a, 0) \mid a \in A_1\}$   
 $B_2 = \{0\} \times A_2 = \{(0, b) \mid b \in A_2\}$   
 حيز حيزيتي  $A_1 \times A_2$

البرهان:

$B_1 \neq \emptyset$  لأن  $(0, 0) \in B_1 \subseteq A_1 \times A_2$   
 $\forall \alpha, \beta \in K, (a_1, 0) \in B_1, (a_2, 0) \in B_1$  و  $a_1, a_2 \in A_1$   
 فإن

$$\alpha(a_1, 0) + \beta(a_2, 0) = (\underbrace{\alpha a_1}_{\in A_1}, 0) + (\underbrace{\beta a_2}_{\in A_1}, 0) \in B_1$$

وهذا  $B_1$  حيز حيزيتي من  $(A_1 \times A_2, +)$

$$[(a_1, 0), (a_2, 0)] = ([a_1, a_2], [0, 0]) = ([a_1, a_2], 0) \in B_1$$

إذا  $B_1$  حيز حيزيتي في  $A_1 \times A_2$

نفس الطريقة نرى أن  $B_2$  حيز حيزيتي في  $A_1 \times A_2$

\* تمهيديات:

ليكن  $A_1, A_2$  حيزي لفضاء الحقل  $K$ :

$$A_1 \cong A_1 \times \{0\} \text{ و } A_2 \cong \{0\} \times A_2$$

بداهة البرهان:  $f: A_1 \rightarrow A_2 \times \{0\}$  و  $f(a_1) = (a_1, 0)$   
 و  $f$  متماثل

\* تمهيديات:

ليكن  $A_1, A_2$  حيزي لفضاء الحقل  $K$ ، ان  $B_1, B_2$  حيز حيزيتي  $A_1 \times A_2$

البرهان:

وهذا ان  $B_1, B_2$  حيز حيزيتي في  $A_1 \times A_2$



لنفرض ان  $\forall (a_1, a_2) \in A_1 \times A_2, (b, 0) \in B_1$  ،

$$[ (a_1, a_2), (b, 0) ] = ( [a_1, b], [a_2, 0] ) = ( [a_1, b], 0 ) \in B_1$$

اي ان  $B_1$  ضال في  $A_1 \times A_2$

و نفس الامر يثبت ان  $B_2$  ضال في  $A_1 \times A_2$

**\* المبرور المباشري \***

لنفرض ان  $A$  حرك فوق الحد  $K$  و  $B, D$  ضالين في  $A$   
نقول ان  $A$  هو مجموع ضالين  $B, D$  و نكتب

$$A = B \oplus D$$

$$A = B + D$$

$$B \cap D = \{0\}$$

اذا كان

**تذكر:**

ليكن  $A$  حرك فوق الحقل  $R$  ،

$$Z(A) = \{ a : a \in A, [a, x] = 0 \forall x \in A \}$$

تسمى مركز  $A$

ان  $Z(A)$  ضال في  $A$

اذا كان  $B$  ضال في  $A$  تسمى المجموعة

$$Z(B) = \{ b : b \in B, [b, y] = 0 \forall y \in B \}$$

مركز المثالي  $B$  وهي ضال في  $B$

و تسمى المجموعة

$$Z_A(B) = \{ a \in A : [a, b] = 0 \forall b \in B \}$$

مركز  $B$  في  $A$  و تشكل ضال في  $A$  وليس  $B$

**تعريف:** ليكن  $A$  حرك فوق الحقل  $K$

نقول ان  $A$  هي تام اذا كان

$$1) Z(A) = 0$$

2)  $\text{Der}(A) = \text{Inn}(A)$  اگر  $A$  ایک ریڈیٹائیو ہے اور  $A$  ایک ریڈیٹائیو ہے۔  
وہی کہہ سکتے ہیں کہ  $\text{Der}(A) = \text{Inn}(A)$  اگر  $A$  ایک ریڈیٹائیو ہے۔

$$1) \quad Z(\mathcal{G}) = 0$$

2)  $\text{Der}(B) = \text{Inn}(B)$

**مبرهن هيرتز**

لدينا  $A$  حيز لـ فوق الحقل  $B$ .  $A$  حيز على  $B$  من رتبة  $n$  و  $B$  حيز على  $F$  من رتبة  $m$ .

عندئذ فإن  $A$  حيز على  $F$  من رتبة  $nm$ .

بشكل آخر:

$$A = B \otimes_{\sum_A} (B) \rightarrow \text{حيز}$$

العلاقات:

دو B و A نامی دو مجموعه،  $A \cap B = \emptyset$  و  $A \cup B = S$  است.

$$A \subset B + Z_A(B) \subset A$$

في انا لله والحمد لله

$$d\text{ist}(\alpha, \beta) = d_0: A \rightarrow A$$

$$\forall z \in A, d_0(z) = [a, z]$$

معادلات  $BCA$  لثبات استقرار  $B$  و  $d_0$

وهو التالى  $d_a: B \rightarrow A$

1213, daadip

$$\forall x \in \mathbb{R}, d_a(x) = g(x) \in d_a(B) \subseteq B$$

و مسکے قات

$$d_a: B \rightarrow B$$

- $\forall x, y \in B, \quad d'_a(\underbrace{x+y}_{\in B}) = d_a(x+y)$

$$= d_a x_1 + d_b y_1 = d'_a x_1 + d'_b y_1$$

- $\forall \alpha \in \mathcal{O}_K, \frac{d}{d\alpha}(\alpha x) = d_\alpha(\alpha x) = \alpha d_\alpha(x) = \alpha \frac{d}{d\alpha}(x)$



$$d_a([x, y]) = d_a([x, y]) = [a, [x, y]]$$

$$= -[x, [y, a]] - [y, [a, x]] =$$

$$= [x, [a, y]] + [[a, x], y] = [x, d_a(y)] + [d_a(x), y]$$

$$= [d_a(x), y] + [x, d_a(y)]$$

هذا الشكل يثبت ان  $d_a$  تطبيق استيفاء داخل  $B$

بما ان  $d_a \in \text{Inn}(B)$   $\forall b \in B$   $d_a \neq 0$

$$d_a = d_b : B \rightarrow B$$

$$\forall x \in B : d_a x = d_b x$$

$$[a, x] = [b, x]$$

$$[a - b, x] = 0$$

وبالتالي  $a - b \in Z_A(B)$

$$a - b = t$$

وهنا  $t \in Z_A(B)$

$$a = t + b \in B + Z_A(B)$$

$$a \in$$

وهذا يثبت

$$A \subseteq B + Z_A(B)$$

$$A = B + Z_A(B) \quad \text{هذا الشكل يثبت ان}$$

$$x \in B \cap Z_A(B) \subseteq Z(B) = 0$$

$$x \in A$$

$$x \in B$$

عن طريق

في  $B$

$$Z_A B = \{a \in A, [a, x] = 0 \forall x \in B\}$$

$$[x, y] = 0 \forall y \in B$$

بما ان